$$\tilde{P}_i = P(x_i) \quad i = 1,\ N-1; \tag{6.27}$$

$$\tilde{P}_N = P(x_N);$$

$$S_0 = \frac{S(0)}{2};$$

$$S_i = S(x_i) \quad \overline{i = 1,\ N-1};$$

$$S_N = \frac{S(x_N)}{2}. \tag{6.28}$$

Искомая функция оптимального профиля подводного трубопровода определяется в виде таблицы значений функции $y(x)$ вдоль узлов сетки.

Поскольку $h>0$, в дискретном случае в качестве функции цели можно рассматривать

$$C(\bar{y}) = \sum (\tilde{P}_i y_i + \tilde{S}_i y_i^2), \tag{6.29}$$

где $\bar{y} = [y_0,\ y_1,\ \ldots,\ y_N]$.

Учитывая (6.29), можно получить приближенное выражение объема земляных работ по формуле (6.18)

$$V = h\left[\sum_{i=0}^{N} \bar{P}_i y_i + \tilde{S}_i y_i^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{F(x_0) + F(x_N)}{2} - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{F(x_i)}{2}\right] + R_N, \tag{6.30}$$

где R_N — погрешность приближенной формулы (6.30).

Для записи ограничений (6.4)—(6.7) воспользуемся разностными аппроксимациями второй и четвертой производных. Тогда ограничение (6.4) примет вид

$$\psi_1(x_i) \leqslant y_i \leqslant \varphi(x_i) \quad \overline{i = 0,\ N}. \tag{6.31}$$

Ограничение, обеспечивающее прочность трубопровода при изгибе

$$|y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}| < h^2 \frac{1}{\rho(x_i)} = k_1(x_i). \tag{6.32}$$

Ограничение, обеспечивающее прилегание трубопровода ко дну траншеи, будет иметь вид

$$|y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2}| \leqslant h^2 \frac{q_{\max}}{EI}. \tag{6.33}$$

Выражения (6.31)—(6.33) описывают множество допустимых значений искомого вектора $\bar{y}$.

Таким образом, дискретную форму задачи выбора оптимального профиля подводного трубопровода с учетом представления целевой функции (6.29) и множества допустимых значений $G[0, L]$ можно представить в следующем виде:

найти

$$\min C(\bar{y})$$

$$\bar{y} \in G[0,\ L]. \tag{6.34}$$

Реализация задач оптимального профилирования

Анализ показал, что для решения задачи оптимального профилирования, как задачи квадратичного программирования, возможно использование метода Хилдерта и Д. Эзопо, двойственного метода для строго выпуклых задач, метода локальных вариаций и линейного программирования.

Итерационный метод Хилдерта и Д. Эзопо основан на решении двойственной задачи (прямая задача заменяется двойственной). Решение двойственной задачи осуществляется с помощью модификации метода наискорейшего спуска. Отдельные итерации выполняются очень легко. Случайные сбои устраняются автоматически. Как показали расчеты, метод дает хорошую сходимость для $N=20$, что обусловливает его применение для расчета небольших переходов.

Двойственный метод для строго выпуклых задач основан на решении двойственной задачи. При решении максимизируется функция Лагранжа с учетом накладываемых на двойственные переменные ограничений. Хотя метод приспособлен для решения строго выпуклых задач, с помощью возмущений ε его можно применить для решения выпуклых задач. Сепарабельность целевой функции, а также возможность минимизации в замкнутом множестве позволяют значительно сократить число двойственных переменных и упростить процесс вычисления, что обусловливает более лучшую сходимость по сравнению с методом Хилдерта и Д. Эзопо. Для решения двойственной задачи применялась модификация метода наискорейшего спуска с одновременным нахождением решения прямой и двойственной задач. Этот метод был реализован в виде алгоритма и программы для ЭВМ.

При незначительных откосах или при оптимизации стоимости балласта возможно применение метода линейного программирования.

Для решений основной задачи возможно применение метода локальных вариаций. Метод основан на улучшении допусти-