мулу трапеций для приближенного вычисления интеграла, можно записать задачу в следующей форме:

найти

$$\min \sum_{i=0}^{N} (p_i y_i + s_i y_i^2) \tag{6.14}$$

при условии выполнения ограничений

$$\begin{aligned} &\psi_{i1} \leqslant y_i \leqslant \psi_i \quad i=0,\ N; \\ &|y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}| \leqslant k_{1i} \qquad i=1,\ N-1; \\ &|y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2}| \leqslant k_{2i} \quad i=2,\ N-2, \end{aligned} \tag{6.15}$$

где p_i, s_i — коэффициенты, учитывающие соответственно линейную и нелинейную части целевой функции; k_{1i}, k_{2i} — величины, определяемые по формулам

$$k_{1i} = h^2 \frac{\mathrm{I}}{\rho(x_i)};$$

$$k_{2i} = \frac{h^4}{EI} q_{\max} \tag{6.16}$$

Расчет оптимального профиля подводного трубопровода по минимальному объему земляных работ

За оптимальный профиль подводного трубопровода здесь принимается такой профиль, при котором объем земляных работ по разработке траншей будет минимальным при выполнении ограничений, обеспечивающих: прочность трубопровода при изгибе, прилегание трубопровода ко дну траншеи, предельную границу переформирований дна и берегов реки в створе перехода, максимально возможную глубину разработки траншеи имеющимися техническими средствами.

Согласно принятым обозначениям площадь поперечного сечения траншеи $F(x)$ в точке x определяется по формуле

$$F(x) = \left[\varphi(x) - y(x) + \frac{D}{2}\right]\left\{r(x) + \left[\varphi(x) - y(x) + \frac{D}{2}\right] \operatorname{tg}\alpha(x)\right\}, \tag{6.17}$$

где $r(x)$ — ширина траншеи по дну; $\operatorname{tg}\alpha(x)$ — величина заложения откосов траншеи; D — диаметр трубопровода.

Общий объем земляных работ для разработки траншеи на интервале $[0, L]$ вычисляется по формуле

$$V = \int_0^L F(x)\,dx. \tag{6.18}$$

Тогда задача определения профиля подводного трубопровода, оптимизирующего объем земляных работ, формулируется в следующем виде:

найти

$$\min \int_0^L F[x,\ y(x)]\,dx$$

$$y(x) \in [0,\ L]. \tag{6.19}$$

Целевую функцию (6.18) можно несколько упростить, если принять во внимание вид подынтегральной функции (6.7).

Обозначим через

$$T(x) = r(x)\varphi(x) + \operatorname{tg}\alpha(x)\varphi^2(x) + \operatorname{tg}\alpha(x)\frac{D^2}{4} - \frac{r(x)}{2}D - \operatorname{tg}\alpha(x)\varphi(x)D, \tag{6.20}$$

$$P(x) = -\left[r(x) + 2\varphi(x) - \frac{D}{2}\right]\operatorname{tg}\alpha(x) \tag{6.21}$$

$$S(x) = \operatorname{tg}\alpha(x). \tag{6.22}$$

В этом случае функция цели (6.18) имеет вид

$$V = \int_0^L [T(x) + P(x)y(x) + S(x)y^2(x)]\,dx. \tag{6.23}$$

Учитывая, что $T(x)$ не зависит от искомого профиля, условие (6.19) можно сформулировать в следующем виде:

найти

$$\min \int_0^L [P(x)y(x) + S(x)y^2(x)]\,dx$$

$$y(x) \in G[0,\ L]. \tag{6.24}$$

Постановка задачи в дискретном виде

Решение поставленной задачи в точном виде не представляется возможным, поскольку все исходные данные задаются в виде дискретных функций.

Для решения задачи (6.24) в дискретном виде разобъем интервал $[0, L]$ на N равных частей. Тогда целевую функцию (6.24) можно представить в виде

$$\int_0^L [P(x)y(x) + S(x)y^2(x)]\,dx = h\sum_{i=0}^{N} (\check{P}y_i + \check{S}_i y_i^2), \tag{6.25}$$

где $h = \frac{L}{N}$ — шаг таблицы;

$$x_i = h_i \quad i = \overline{0,\ N} \tag{6.26}$$

$$\check{P}_0 = \frac{P(0)}{2};$$