при $x=l/2$

$$y_1=A_3;\quad y_1^{\mathrm{I}}=\alpha(-A_3+A_4);$$

$$y_1^{\mathrm{II}}=2\alpha^2A_4;\quad y_1^{\mathrm{III}}=2\alpha^3(A_3+A_4). \tag{5.25}$$

Так как возмущающая сила, обусловливающая колебания участка *II*, имеет низкую частоту, резонансные колебания будут происходить в первом тоне. При низкой частоте параметр α в уравнении (5.21) для трубопроводов всегда положителен. Основная частота собственных колебаний участков *I* и *III* значительно выше основной частоты колебаний участка *II*, поэтому сдвигом фаз между силовыми и кинематическими параметрами на границах участков можно пренебречь, что также подтверждается экспериментами.

С учетом сказанного выше, на границе участков *I* и *II* должны выполняться условия

$$y_1=y_2;\quad y_1^{\mathrm{I}}=y_2^{\mathrm{I}};\quad y_1^{\mathrm{II}}=y_2^{\mathrm{II}};\quad y_1^{\mathrm{III}}=y_2^{\mathrm{III}}. \tag{5.26}$$

Подставив выражения (5.19) и (5.25) в (5.26), получим

$$0{,}25\gamma^4A+0{,}5\gamma^3S_1+\gamma^2B-\gamma C-A=0, \tag{5.27}$$

где

$$\gamma=\frac{\beta}{\alpha};\quad A=\mathrm{ch}\frac{\beta l}{2}\sin\frac{\beta l}{2}+\mathrm{sh}\frac{\beta l}{2}\cos\frac{\beta l}{2};$$

$$B=\mathrm{ch}\frac{\beta l}{2}\sin\frac{\beta l}{2}-\mathrm{sh}\frac{\beta l}{2}\cos\frac{\beta l}{2};$$

$$C=2\mathrm{ch}\frac{\beta l}{2}\cos\frac{\beta l}{2};\quad S_1=2\mathrm{sh}\frac{\beta l}{2}\sin\frac{\beta l}{2}.$$

Решение уравнения (5.27) выполнено на ЭВМ. На графике рис. 5.8 показана зависимость γ от βl.

Принимая во внимание, что $\gamma=\beta/\alpha$ и учитывая выражения (5.16) и (5.22), получаем

$$\sqrt[4]{\frac{kD-m\omega^2}{EI}}\,l=\sqrt{2}\,\frac{\beta l}{\gamma}. \tag{5.28}$$

На рис. 5.8 приведена зависимость $\sqrt[4]{\frac{kD-m\omega^2}{EI}}\,l$ от βl, вычисленная по правой части (5.28).

Используя графическую зависимость $\sqrt[4]{\frac{kD-m\omega^2}{EI}}\,l$ от βl (см. рис. 5.8), можно определить собственную частоту колебаний подводного трубопровода с учетом упругих концевых закреплений. Для этого сначала находим βl в первом приближении, принимая $\omega=0$, и определяем собственную частоту колебаний n_{y} по формуле

$$n_{\mathrm{y}}=\frac{(\beta l)^2}{2\pi l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}}. \tag{5.29}$$

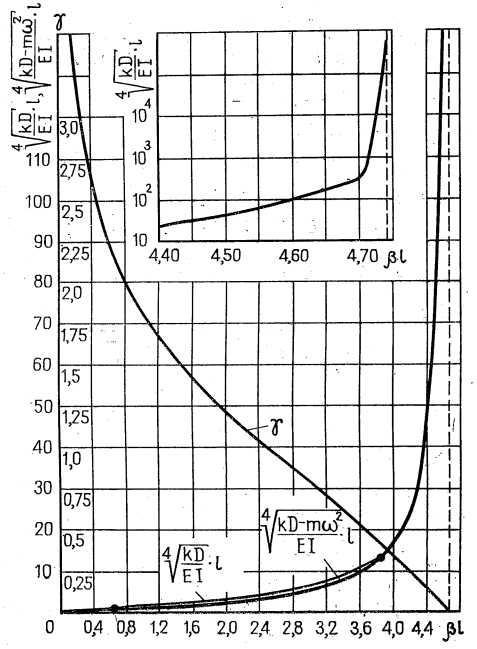
Затем находим $\omega=2\pi n_{\mathrm{y}}$ и определяем βl и n_{y} во втором приближении. Учитывая, что на практике kD значительно больше $m\omega^2$, при вычислении n_{y} достаточно ограничиться вторым приближением.

Из графика (см. рис. 5.8) видно, что при $\gamma\to0$ или при коэффициенте постели грунта $k\to\infty$ значение $\beta l\to4{,}73$, т. е. собственная частота колебаний приближается к случаю жесткого закрепления трубопровода.

В табл. 5.1 приведены значения собственных частот n_{y}, вычисленных по предлагаемой методике с учетом упругого защемления концевых участков труб (исходные данные соответствуют условиям экспериментов). Из табл. 5.1 видно, что экспериментальные значения частот $n_{\mathrm{э}}$ значительно ниже $n_{\mathrm{ж}}$, определенных по формуле (5.13), и выше $n_{\mathrm{ш}}$, определенных по формуле (5.12). Значения частот n_{y}, вычисленных по предлагаемой методике, незначительно отличаются от экспериментальных $n_{\mathrm{э}}$.

Следовательно, определение собственной частоты колебаний трубопровода с учетом упругих концевых закреплений по предлагаемой методике лучше соответствует действительным условиям по сравнению со значениями частот, определяемыми по формулам для шарнирного и жесткого защемления концов трубопровода.

РИС. 5.8.
График для определения собственной частоты колебаний подводных трубопроводов с учетом реальных концевых закреплений



§ 5.7. ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПОДВОДНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ ОТ ВОЗДЕЙСТВИЯ ТЕЧЕНИЯ

Сложный механизм колебаний подводных трубопроводов затрудняет выбор точной математической модели для динамического расчета.

В нерезонансной области (при отсутствии явления «захвата» колебаний) при $\mathrm{Re}<\mathrm{Re}_{\mathrm{кр}}$ колебания, как было отмечено в § 5.1, приближаются по типу к вынужденным. Поскольку амплитуды колебаний в этой области меньшие по сравне-