

РИС. 12.15.
Расчетная схема трубопровода

Подставляя зависимости (12.10) и (12.11) в уравнение (12.9), получаем

$$M(x)=R_0x+Hy-px\int_0^x\left[1+\right.$$

$$\left.+(y')^2\right]^{1/2}dx+p\int_0^x x\left[1+\right.$$

$$\left.+(y')^2\right]^{1/2}dx;$$

$$\frac{dM(x)}{dx}=R_0+Hy'-p\int_0^x\left[1+\right.$$

$$\left.+(y')^2\right]^{1/2}dx; \qquad (12.12)$$

$$\frac{d^2M(x)}{dx^2}=Hy^{II}-p\left[1+(y')^2\right]^{1/2}. \qquad (12.13)$$

Изгибающий момент и кривизна связаны зависимостью

$$M(x)=EI\frac{1}{\rho}=EI\frac{y^{II}}{[1+(y')^2]^{3/2}}. \qquad (12.14)$$

Дифференцируя выражение (12.14), получаем

$$\frac{1}{EI}\cdot\frac{dM}{dx}=\frac{y^{III}}{[1+(y')^2]^{3/2}}-\frac{3(y^{II})^2y^I}{[1+(y')^2]^{5/2}}; \qquad (12.15)$$

$$\frac{1}{EI}\cdot\frac{d^2M}{dx^2}=\frac{y^{IV}}{[1+(y')^2]^{3/2}}-\frac{9y^Iy^{II}y^{III}}{[1+(y')^2]^{5/2}}-$$

$$-\frac{3(y^{II})^3}{[1+(y^I)^2]^{5/2}}+\frac{15(y^{II})^3(y^I)^2}{[1+(y^I)^2]^{7/2}}. \qquad (12.16)$$

Приравнивания выражение (12.16) к (12.13), получаем следующее уравнение:

$$y^{IV}-\frac{3(y^{II})^3+9y^Iy^{II}y^{III}}{1+(y')^2}+\frac{15(y^{II})^3(y')^2}{[1+(y')^2]^2}-$$

$$-\frac{H}{EI}y^{II}\left[1+(y')^2\right]^{3/2}+\frac{p}{EI}\left[1+(y')^2\right]^2=0. \qquad (12.17)$$

Решение нелинейного дифференциального уравнения четвертого порядка (12.17) при заданных граничных условиях может быть выполнено численными методами с применением ЭВМ.

Дифференциальное уравнение упругой линии трубопровода можно представить в более удобном виде, если в качестве независимой переменной принять длину дуги s. Для этого рассмотрим условие равновесия элемента трубопровода длиной ds (рис. 12.16):

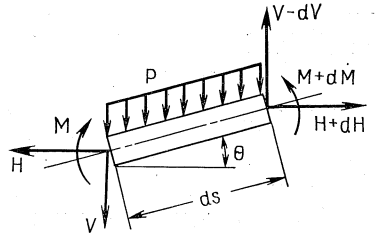


РИС. 12.16.
Расчетная схема элемента трубы

$$\sum Y=-V+V+dV-pds=0; \qquad (12.18)$$

$$\sum X=H+dH-H=0; \qquad (12.19)$$

$$\sum M=M+dM-M-Hds\sin\theta+Vds\cos\theta+$$

$$+\frac{1}{2}pds\cdot ds\cos\theta=0. \qquad (12.20)$$

Интегрируя уравнение (12.18) при постоянной интенсивности нагрузки p, получаем

$$+V=-R_0+ps.$$

Здесь R_0 — вертикальная проекция реакции дна при $s=0$.

Из уравнения (12.19) следует, что горизонтальная составляющая усилия напряжения

$$H=\text{const}.$$

Пренебрегая в уравнении (12.20) последним членом как бесконечно малой величиной второго порядка получаем

$$\frac{dM}{ds}=H\sin\theta+(R_0-ps)\cos\theta, \qquad (12.21)$$

Так как

$$M=EI\frac{y^{II}}{[1+(y')^2]^{3/2}}=EI\frac{d\theta}{ds},$$

уравнение (12.21) примет вид

$$EI\frac{d^2\theta}{ds^2}=H\sin\theta+(R_0-ps)\cos\theta. \qquad (12.22)$$

Для определения основных расчетных параметров при укладке глубоководного трубопровода необходимо решить нелинейное дифференциальное уравнение (12.22). Точное решение этого уравнения неизвестно. Предпринимались попытки получить приближенное решение. В некоторых работах пренебрегали изгибной жесткостью трубопровода EI, и уравнение (12.22) превращалось в уравнение цепной линии (гибкой нити). Изгиб-